

DOI:10.13296/j.1001-1609.hva.2020.02.006

快速自适应边界元方法计算不平坦大地上方高压直流输电线路标称电场

郑中原¹, 苏展¹, 路菲¹, 金岩², 刘彤³, 邹军³

(1. 国网天津市电力公司电力科学研究院, 天津 300384; 2. 国网天津市电力公司检修公司, 天津 300232; 3. 清华大学电机工程与应用电子技术系, 北京 100084)

摘要: 高压直流输电线路的标称电场计算是其电磁环境分析的基础。考虑输电线路下方不平坦地形影响, 文中提出一种快速填充矩阵元素的自适应边界元计算方案, 其根据计算结果估计后验误差, 从而可自适应的划分边界单元。为避免在自适应计算过程中反复计算矩阵元素, 文中采用自适应叉积近似方法加速矩阵元素的填充, 降低了计算存储的要求, 同时, 采用了预条件处理技术, 提高了边界元方程组迭代求解器的计算效率。数值算例证明了文中方法的正确性和有效性。文中方法可为分析高压直流输电线路在复杂地形条件的电磁环境奠定基础。

关键词: 自适应边界元; 自适应叉积近似; 直流输电线路; GMRES

Nominal Field Calculation of HVDC Transmission Lines over an Irregular Terrain by Using Fast Adaptive BEM

ZHENG Zhongyuan¹, SU Zhan¹, LU Fei¹, JIN Yan², LIU Tong³, ZOU Jun³

(1. State Grid Tianjin Electric Power Company Electric Power Research Institute, Tianjin 300384, China; 2. State Grid Tianjin Maintenance Company, Tianjin 300232, China; 3. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The nominal electric field calculation of HVDC transmission lines is the basis of its electromagnetic environment analysis. Considering the effect of uneven terrain under the transmission line, an adaptive boundary element method with rapidly filling matrix entries is proposed, which estimates the posteriori error based on the calculated results to adaptively mesh the boundary elements. In order to avoid repeatedly calculating the matrix elements in the process of adaptive iterations, this paper uses the adaptive cross-product approximation method to accelerate filling matrix elements, which can reduce the requirements of computational storage. Meanwhile, a pre-conditioning technique is utilized to improve the computational efficiency of the iterative solver. Numerical examples prove the correctness and validity of the method proposed in this paper. This method can establish a foundation for analyzing the electromagnetic environment of HVDC transmission lines with complex terrain situations.

Key words: adaptive BEM; ACA; HVDC; GMRES

0 引言

直流输电线路的标称电场、离子流场的分析和计算是确定线路走廊宽度的因素之一^[1-6]。不考虑直流限流导线电晕, 直流线路分裂导线表面电场强度(导线表面标称电场强度)计算是计算其离子流场

等电磁环境问题的基础。这是因为考虑导线表面电晕时, 根据 Kapuzov 电晕状况的假设^[7-8], 导线表面标称电场强度决定了导线的电晕情况下的边界条件。一般来讲, 直流线路的导线表面电场强度是在假设大地是平坦地线情况下计算的^[9-10]。高压直流输电线路长度一般在 1 000 km 以上, 线路走廊不可

避免经过地形不平坦地区,如峡谷和山区,此时的导线表面标称电场强度和地面附近电场强度的计算未见有报道。

为了简化起见,考虑与输电线路垂直的横截面的电磁场问题,容易理解,这是一个具有开域边界的二维静电场问题,边界元方法(boundary element method, BEM)适合求解此类问题。导线的尺寸相对于地面起伏地线而言,几何上相差有两个数量级;BEM不必处理无穷远边界,且离散单元只集中在导线表面和起伏大地表面,从而整体上计算量较小。BEM基于积分方程形成代数方程组,系数矩阵是稠密满阵,因此,BEM方程组的形成和求解需要较长的计算时间^[11-13]。为了解决上述问题,通常采用迭代型的代数方程求解器对方程组进行求解,例如,稳定双共轭梯度方法(bi-conjugate gradients stabilized, BiCGStab)或者广义最小残数方法(generalized minimal residual, GMRES)^[14-15]。这些求解器涉及矩阵和向量相乘运算,必须有高效的数值方法处理这类运算,才能实质性提高迭代型求解器的计算效率^[16-18]。近年来,出现了多层多极子技术(multilevel multipole method, MLFMM)、H-矩阵方法(H-Matrix)和自适应叉乘近似方法(adaptive cross approximation, ACA)^[19-21],这些技术有效地加速了矩阵和适量的相乘运算,广泛应用于各类迭代型求解器中。其中,ACA方法获得了广泛关注^[21],主要原因是其计算方法简单,并且其不涉及积分核函数的具体形式,完全是一种代数形式加速。

1 计算方法简介

1.1 Galerkin 处理的边界元方法

直流输电线路下方具有不平坦地形计算场域示意图见图1,以正负极导线的中心线和地面为轴,建立坐标系。设直流输电线路子导线所在区域为 Ω_i ,无限远边界为 Γ_{inf} ,不平坦地面为 Γ_e ,计算区域为 Ω ,其是将 Γ_{inf} 和 Γ_e 围成的区域去除了 Ω_i 后剩下的部分。图1中, n 表示外法线。

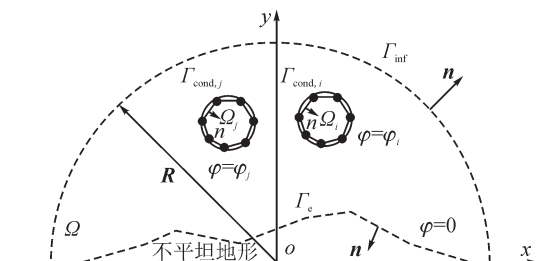


图1 不平坦地形电场求解区域和坐标系示意图

Fig. 1 Geometry of a HVDC transmission line over an irregular terrain and the co-ordinate system

不平坦地线上方电场电位的边值问题为:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \text{ in } \Omega \quad (1)$$

$$\varphi|_{\Gamma_{cond,i}} = \varphi_i \text{ on } \Gamma_{cond,i} \quad (2)$$

$$\varphi|_{\Gamma_e} = 0 \quad (3)$$

$$\varphi|_{\Gamma_{inf}} = 0 \text{ on } \Gamma_e, \Gamma_{inf} \quad (4)$$

式(1)-(4)中: $\Gamma_{cond,i}$ 表示第*i*个导体边界; φ_i 为高压直流输电线路子导线上的额定电压,是已知值。

根据格林公式,对于边界上任意场点*p*,有如下积分方程

$$\frac{\omega_p}{2\pi} \varphi_p = \int_{\Gamma} [\varphi \frac{\cos(\hat{r}, \hat{n})}{2\pi r} + \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{1}{2\pi} \lg(\frac{1}{r})] d\Gamma, \quad (5)$$

式(5)中: $p \in \Gamma_e + \Gamma_{cond}$; ω_p 是*p*点对边界的张角。

将输电线路子导线表面和不平坦大地表面划分成若干线段,选取线性基函数,并对其采用Galerkin方法进行处理,可以获得各节点处电位 φ 和电位法向导数 ∂_n 之间的关系为

$$[G][\partial_n \varphi] = [H][\varphi] \quad (6)$$

式(6)中,由于Galerkin方法特点,系数矩阵 $[G]$ 和 $[H]$ 都是对称稠密的,其元素为:

$$G_{ij} = \int_{l_i} N_i(\xi) d\xi \int_{l_j} N_j(\zeta) \frac{1}{2\pi} \lg(\frac{1}{r}) d\zeta \quad (7)$$

$$H_{ij} = \int_{l_i} N_i(\xi) d\xi \int_{l_j} N_j(\zeta) \frac{\cos(\hat{r}, \hat{n})}{2\pi r} d\zeta \quad (8)$$

式(7)、(8)中: N_i 是线性基函数; r 是场点和源点之间的距离; l_i 和 l_j 是第*i*段和第*j*段线段。根据边界元的原理,在一定条件下,无限远边界处积分项贡献为零,在计算中不必考虑。在实际处理时候, Γ_{inf} 需要足够远,即图1中的*R*需足够大,根据双极导线电位远场的特点,*R*可采用式(9)估计

$$\frac{\pi}{R} [\lg(R) + 1] < \varepsilon \quad (9)$$

式(9)中, ε 是预先指定的数值误差,通常取 1×10^{-3} 。

1.2 采用ACA方法填充非对角矩阵

在边界上划分若干段后,式(6)实际描述了各段之间的电位和电位法向导数之间的电磁耦合关系。从物理上讲,各段对自身的影响是最大,两段之间的耦合随着距离的增大而减弱。式(7)、(8)的积分核的表达式也反映了这一物理耦合的特点,据此,将 $[G]$ 和 $[H]$ 进行矩阵分解:

$$[G] = \sum_i [G_{\Gamma_i, \Gamma_i}] + \sum_{j, i \neq j} [G_{\Gamma_i, \Gamma_j}] \quad (10)$$

$$[H] = \sum_i [H_{\Gamma_i, \Gamma_i}] + \sum_{j, i \neq j} [H_{\Gamma_i, \Gamma_j}] \quad (11)$$

式(10)、(11)中: $[G_{\Gamma_i, \Gamma_i}]$ 和 $[H_{\Gamma_i, \Gamma_i}]$ 表示第*i*段边界对其自身积分的贡献; $[G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]$ 和 $[H_{\Gamma_i, \Gamma_j}]$ 表示第*i*段

边界和第 j 段边界之间的相互耦合。如所周知,边界元矩阵是稠密的满阵,如果逐个计算式(10)和式(11)中的元素,需要耗费较多计算时间。

对 $[G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]$ 和 $[H_{\Gamma_i, \Gamma_j}]$ 采用ACA方法近似,有:

$$[G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]^{m \times n} \approx [U_{G, \Gamma_i, \Gamma_j}]^{m \times p} \times [U_{G, \Gamma_i, \Gamma_j}]^{p \times n} \quad i \neq j \quad (12)$$

$$[H_{\Gamma_i, \Gamma_j}]^{m \times n} \approx [U_{H, \Gamma_i, \Gamma_j}]^{m \times q} \times [U_{H, \Gamma_i, \Gamma_j}]^{q \times n} \quad i \neq j \quad (13)$$

式(12)、(13)中: m 和 n 分别是边界 Γ_i 和 Γ_j 上的分段数; p 和 q 分别是矩阵 $[G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]^{m \times p}$ 和 $[H_{\Gamma_i, \Gamma_j}]^{m \times q}$ 采用近似的阶数。对于图1所示的系统,由于非对角元的各边界段之间在空间相隔较远,因此, p 和 q 的数值远小于 m 和 n 。因此,式(10)和式(11)右端的计算复杂性为 $O(p(m+n))$ 和 $O(q(m+n))$;而其左端的复杂性为 $O(m \times n)$ 。可见,采用ACA后,矩阵元素的计算复杂性下降,这将带来两个好处:一是计算时间的减少;二是对计算机存储要求的降低。

文中采用GMRES方法对式(6)进行求解。GMRES对于良态方程组具有良好的收敛特性,因此,在实践中,需要对式(6)中进行预条件处理,以保证式(6)的收敛。式(10)和式(11)中对角元矩阵 $[G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]$ 和 $[H_{\Gamma_i, \Gamma_j}]$ 代表边界段之间的最强的物理耦合,因此,对角元矩阵可作为预条件矩阵对式(6)运算为

$$[G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]^{-1} [G][\partial_n \varphi] = [G_{\Gamma_i, \Gamma_j}]^{-1} [H][\varphi] \quad (14)$$

式(15)中,符号 $[G_{\Gamma_i, \Gamma_i}]^{-1}$ 表示 $[G_{\Gamma_i, \Gamma_i}]$ 的逆矩阵。在数值实现上,只需对其对角元素取倒数即可。

1.3 自适应边界元方法计算步骤简介

根据前述BEM的计算公式,文中自适应边界元方法的计算步骤如下:

1)产生初始化网格,计算初值。根据边界的几何特征,产生边界上的初始化网格,根据式(14)获得边界元方程组。利用GMRES(20)方法求解式(14)。GMRES(20)表示重启的最大次数为20。

2)局部误差估计与网格细分。根据步骤1)中获得的节点电位法向导数值,对边界上任意3个连续的节点,分别采用线性基函数和二次基函数恢复边界上电位法向导数,比较两种基函数恢复的电位法向导数值,得到局部后验误差。对于该后验误差大于指定误差的边界单元,细分网格,获得新的边界网格^[22]。

3)基于更新后网格,重新计算式(6)。对于新产生的边界网格,根据式(14),重新计算边界上的电位法向导数。

4)自适应过程的终止。比较前后两次计算结果,直到前后计算结果的差异小于指定的阈值。

上述计算步骤是非常高效的,原因在于:①对于每一次计算,计算过程采用ACA算法,并不需要计算整个稠密的边界元方程组系数;②由于采用了自适应计算策略,计算所需要的网格数较为合理;③采用了带有重启性能的GMRES(20),方程组具有快速收敛特性。

2 数值算例

2.1 解析算例(半圆柱地面上方导线电场)

选取半圆柱地面上方的带电导体产生的电场验证算法,其坐标示意图见图2,其具体参数如下:导线的对地电压为100 V;导体半径 $a_1=0.5$ m;半圆柱地形半径 $a_2=5$ m;导体的高度 $H=8$ m;设定场点校验线AB,其起点和终点的坐标为 $(-50, 50.1)$ m和 $(50, 50.1)$ m。对于图2的算例,空间任意点处的电场强度采用镜像法求解^[23],设置镜像情况见图2,镜像点的设置在 y 轴上,其中 $c_1=7.95$ m; $c_2=3.15$ m。采用镜像法和文中方法计算线段AB上的电位和导线表面的电场强度。容易理解,如果设 $a_2=0$ m,则此算例退化为平坦大地情形。

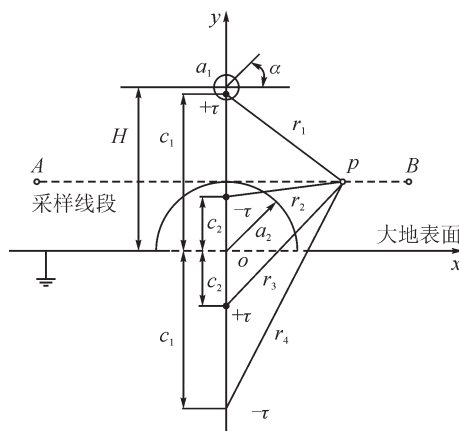


图2 半圆柱地形上方导线布置示意图

Fig. 2 A line conductor over a half-cylindrical ground

线段AB上解析结果和文中数值计算电位的比较,设置了半圆柱地面和平坦地面两种情形见图3;导线表面电场强度随圆心角 α 变化的比较见图4,同样,也设置了半圆柱地面和平坦地面两种情形。从图3、4比较可见,文中计算方法的正确性,其可用于不平坦地形上方HVDC输电线路产生的电场。

2.2 数值算例(峡谷中双回HVDC输电线路电场)

峡谷中双回高压直流输电线路坐标系示意图见图5,坐标原点位于地面。出于地面电磁环境限值的考虑,双回直流线路同极导体布置在同一侧,导线的电压等级为 ± 800 kV。极导线设置为4分裂,子导线和地线的直径 $d=0.4$ m;其他几何参数如下:

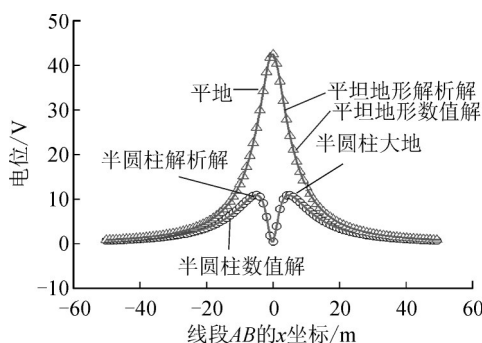


图3 半圆形地面和平坦地面线段AB上电位的比较

Fig. 3 Potential along the checking line AB with and without a semi-cylindrical ground

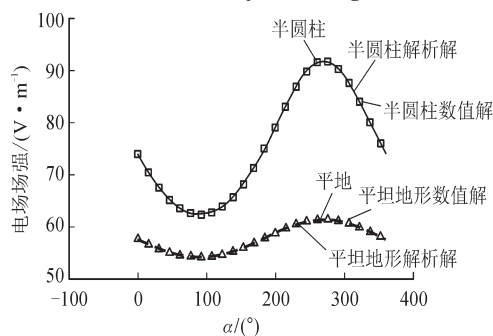


图4 半圆形地面和平坦地面线段AB上电位梯度的比较

Fig. 4 Potential gradients on the surface of the line AB conductor with and without a cylindrical ground

$D_1 = 10 \text{ m}$; $D_2 = 0.5 \text{ m}$; $D_3 = 20 \text{ m}$; $H_1 = 20 \text{ m}$; $H_2 = 20 \text{ m}$; $H_3 = 40 \text{ m}$; $D_4 = 10 \text{ m}$; $D_5 = 15 \text{ m}$; $D_6 = 100 \text{ m}$; $D_7 = 100 \text{ m}$; $H_4 = 100 \text{ m}$; $H_5 = 20 \text{ m}$; $b = 75^\circ$ 。设置地面附近电位采样线段CD,其坐标为分别 $(-D_4, 1) \text{ m}$ 和 $(D_5, 1) \text{ m}$ 。

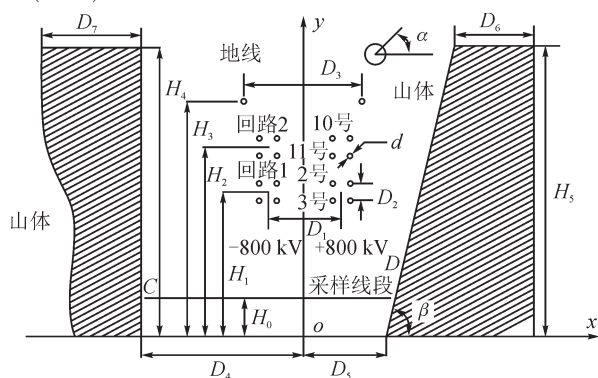


图5 峡谷中双回高压直流线路示意图

Fig. 5 A double-circuit HVDC transmission line in a canyon

电位采样线段CD上考虑峡谷和不考虑峡谷影响的电位分布情况见图6,由于峡谷中山体零电位的影响,峡谷中线段CD上的电位明显低于平坦地形的情况。对于分裂导线表面电场强度,选取2号和3号导线表面电场强度,比较峡谷中和平坦地形两种情况,计算结果见图7。从图7可见,两种情形下,导线的表面电场强度有10%的差别。对比图6、7,可知

峡谷对电位的影响程度比其对导线表面电场强度更大。

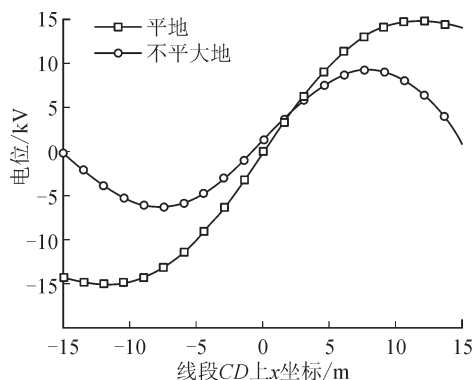


图6 平坦地形和峡谷地线线段CD上电位比较

Fig. 6 Potential comparison between the flat and the irregular terrain along the checking line CD

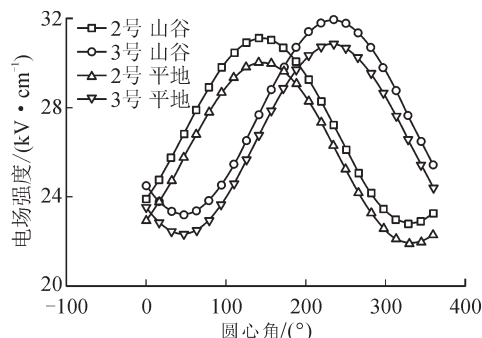


图7 2号和3号导体平地峡谷地形表面电场强度比较

Fig. 7 Comparison of the potential gradients on the No.2 and No.3 conductor surface in a canyon and with a flat ground

为了说明文中方法的高效性,采用和不采用预条件技术的边界元方程组采用GMRES(20)的收敛曲线见图8,采用了预条件技术后,GMRES(20)的收敛效率提高大于两个数量级^[24]。

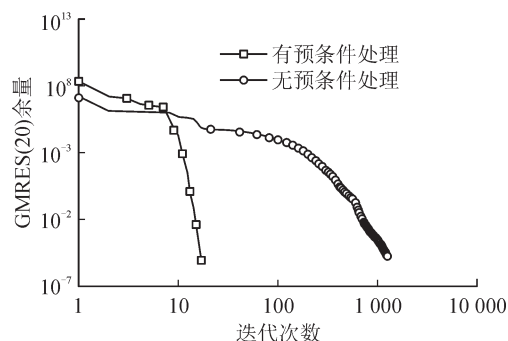


图8 有无预条件处理的GMRES(20)收敛特性比较

Fig. 8 Convergence of GMRES(20) with and without the preconditioner

在计算时间方面,由于采用了预条件技术,图8中算例的计算时间约为2 s,而不采用预条件技术处理,计算时间约为180 s。容易理解,计算时间的缩短主要是由于计算迭代次数的减少。

3 结语

文中提出了一种自适应的边界元方法以计算不平坦大地上方高压直流输电线路标称电场,其通过后验的二次和三次插值差异决定计算误差,保证了计算的精度。同时,为了加速矩阵元素的填充,文中采用ACA方法计算非对角元素的贡献;为了提高求解器的效率,选择对角元矩阵作为预条件矩阵,采用GMRES方法进行求解。通过和解析算例的对比,证明了文中方法的正确性。同时,由于采用了预条件技术,文中方法实现了方程组的求解的快速收敛。

应当指出,文中自适应策略是建立在插值函数的恢复技术基础上的,自适应终止的条件是两次计算结果之差小于指定值,但是,此时并不一定能保证此收敛的结果是“真值”,尚需寻找更符合物理约束的自适应方法。

由于直流导线的电晕,高压直流输电线路的电磁环境还涉及离子流场和合成电场的计算,文中方法是其计算的基础。此外,当输电线路穿越小区时候,文中方法可以考虑楼房的影响,快速估算存在楼房情况下的小区的电磁环境。

参考文献:

- [1] QIAO Ji, ZHANG Pengfei, ZHANG Jiangong, et al. An iterative flux tracing method without deutsch assumption for ion-flow field of AC/DC hybrid transmission lines[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2018, 54(3): 1-4.
- [2] LIU J, ZOU J, TIAN J H, et al. Analysis of electric field, ion flow density, and corona loss of same-tower double-circuit HVDC lines using improved FEM[J]. IEEE Trans. Power Del., 2009, 24(1): 482-483.
- [3] LI Xin. Numerical analysis of ionized fields associated with HVDC transmissionlines including effect of wind[Z]. Manitoba; The University of Manitoba, 1997.
- [4] TAKUMA T, IKEDA T, KAWAMOTO T. Calculation of ion flow fields of HVDC transmission lines by the finite element method[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981, PAS-100(12): 4802-4810.
- [5] 甄永赞, 崔翔, 卢铁兵, 等. 离子流场中导体充电电位的计算[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(27): 8-13.
- [6] HUANG Guodong, RUAN Jiangjun, DU Zhiye, et al. Highly stable upwind FEM for solving ionized field of HVDC transmission line[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(2): 719-722.
- [7] 杨扬, 陆家榆, 杨勇. 基于上流有限元法的同走廊两回 ± 800 kV直流线路地面合成电场计算[J]. 电网技术, 2012, 36(4): 22-27.
- [8] 乔骥. 交直流并行线路离子流与混合电场计算方法及应用研究[D]. 北京: 清华大学, 2018.
- [9] KRAJEWSKI W. BEM analysis fo electric field excited by overhead HV lines erected in built-up areas[J]. IEE Proc. - Sci. Meas. Technol., 1997, 144(2): 81-86.
- [10] SENDAULS H M, JOHNSON R R, HILSON D W, et al. Electric fields induced by EHV transmission over irregular terrain[J]. IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1983, PAS-102(5): 1452-1457.
- [11] 杨小玲, 吕建红, 唐立军, 等. 并行双回特高压直流输电线路地面合成场强计算与试验研究[J]. 高压电器, 2015, 51(7): 46-51.
- [12] 王小凤, 周浩. ± 800 kV特高压直流输电线路的电磁环境研究[J]. 高压电器, 2007, 43(2): 109-112.
- [13] 李凌燕, 杜志叶, 阮江军, 等. ± 800 kV/ ± 500 kV混压双回直流线路的电磁环境分析及改善研究[J]. 高压电器, 2016, 52(9): 26-33.
- [14] 李永明, 邹岸新, 徐禄文, 等. 高压直流输电线路离子流场的计算方法研究[J]. 高压电器, 2013, 49(8): 1-7.
- [15] 李斌, 刘磊, 李敏, 等. ± 500 kV同塔双回直流输电线路电磁环境测试分析[J]. 高压电器, 2018, 54(2): 153-157.

- transmission lines on the same tower[J]. High Voltage Apparatus, 2018, 54(2): 153-157.
- [16] 李永明, 陈晓鑫, 张淮清, 等. 计及地电位升高的HVDC输电线路离子流场的计算[J]. 高压电器, 2012, 48(1): 17-24.
- LI Yongming, CHEN Xiaoxin, ZHANG Huaqing, et al. Calculation of ion current field under HVDC transmission line considering ground potential rise[J]. High Voltage Apparatus, 2012, 48(1): 17-24.
- [17] 鲁成栋, 肖登明, 秦松林. 交直流并行输电线路地面混合电场的计算及试验研究[J]. 高压电器, 2014, 50(1): 81-86.
- LU Chengdong, XIAO Dengming, QIN Songlin. Calculation of hybrid electric field under the parallel AC/DC transmission lines and its experimental research[J]. High Voltage Apparatus, 2014, 50(1): 81-86.
- [18] 袁海燕, 庄燕飞, 姚金霞, 等. 导线表面最大场强对直流输电线路电磁环境的影响分析[J]. 高压电器, 2013, 49(10): 7-12.
- YUAN Haiyan, ZHUANG Yanfei, YAO Jinxia, et al. Influence analysis of conductor surface maximum electric field strength on DC transmission line electromagnetic environment[J]. High Voltage Apparatus, 2013, 49(10): 7-12.
- [19] BUCHAU A, HUBER C J, HAFLA W, et al. Fast BEM computations with the adaptive multilevel fast multipole method [J]. IEEE Trans. on Magn., 2000, 36(4): 680-684.
- [20] OSTROWSKI J, ANDJELIC Z, BEBENDORF M, et al. Fast BEM - solution of Laplace problems with H - matrices and ACA[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(4): 627-630.
- [21] BEFENDORF M, RJASANOV S. Adaptive low - rank approximation of collocation matrices[J]. Computing, 2003, 70(1): 1-24.
- [22] ZHAO Z Y. A simple error indicator for adaptive boundary element method[J]. Computers and structures, 1998(68): 433-443.
- [23] JACKSON J D. Classical electrodynamics[M]. New York: Wiley, 1962.
- [24] KURZ S, RAIN O, RJASANOW S. The adaptive cross-approximation technique for the 3D boundary element method [J]. IEEE Trans. on Magn., 2002, 38(2): 421-424.
- 郑中原(1987—), 男, 工程师, 研究方向为电网环保技术。
- 苏展(1986—), 男, 高级工程师, 研究方向为电网绝缘介质检测技术。
- 路菲(1986—), 女, 高级工程师, 研究方向为电网环保技术。
- 金岩(1983—), 男, 工程师, 研究方向为电网运行及检修技术。
- 刘彤(1997—), 女, 硕士研究生, 研究方向为电磁场理论及应用、电力系统电磁兼容。
- 邹军(1971—), 男, 教授, 研究方向为电磁场理论及应用、电力系统电磁兼容。

版权声明:

本刊已许可中国学术期刊(光盘版)电子杂志社在中国知网及其系列数据库产品中以数字化方式复制、汇编、发行、信息网络传播本刊全文。该社著作权使用费与本刊稿酬一并支付。作者向本刊提交文章发表的行为即视为同意我编辑部上述声明。

《高压电器》编辑部